

1. Egy radioaktív izotópot tartalmazó mintában az aktív atommagok száma $t_1 = 11,25$ óra elteltével az eredeti érték 12,5%-ára csökkent.

a) Mekkora az izotóp felezési ideje?

b) Ha az első $t_2 = 7,5$ óra alatt $m = 15$ g izotóp bomlott el, mennyi volt kezdetben a radioaktív izotóp tömege a mintában?

(2009. május id.)

Megoldás:

Adatok: $t_1 = 11,25$ óra, $t_2 = 7,5$ óra, $m = 15$ g

a) A bomlási törvény alkalmazása:

4 pont
(bontható)

A megmaradt radioaktív atommagok eredeti értékhez viszonyított hányada 0,125, azaz

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}, \text{ tehát } t_1 = 3 \cdot T_{1/2}$$

A felezési idő kiszámítása:

2 pont

$$T_{1/2} = \frac{t_1}{3} = 3,75 \text{ óra} = 3 \text{ óra } 45 \text{ perc}$$

Amennyiben a vizsgázó a bomlástörvény általános alakját helyesen felírja:

$$\frac{N_1}{N_0} = 0,125 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}}, \text{ de tovább nem számol, összesen 2 pont adható erre a részre.}$$

b) t_2 és $T_{1/2}$ viszonyának meghatározása:

2 pont

$$t_2 = 2 \cdot T_{1/2}$$

Az első 7,5 óra alatt elbomlott izotóphányad meghatározása:

4 pont
(bontható)

Az első, két felezési időnyi időtartam alatt a radioaktív atommagok 50% + 25% = 75%-a bomlott el.

A radioaktív magok kezdeti tömegének meghatározása:

3 pont
(bontható)

$$m_0 = \frac{15 \text{ g}}{0,75} = 20 \text{ g}$$

Összesen: 15 pont

2. Jelenleg épül Európában a világ első (kísérleti) termonukleáris reaktora, az ITER (International Thermonuclear Fusion Reactor). Ebben magfúziós folyamatok termelik majd az energiát. Az üzemanyag százmillió fokos plazmaállapotú gáz, amely deutériumból (D) és tríciumból (T) áll. Ezzel a ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + \text{n} + 17,6 \text{ MeV}$ folyamat megy végbe, amelyhez hasonló folyamatok termelnek energiát a Nap belsejében is. A tervek szerint az ITER-ben lezajló energiatermelés 500 MW teljesítményű lesz (ez körülbelül egy paksi erőműblokk teljesítményével egyenlő).
- a) Ha az ITER eléri a tervezett 500 MW-os teljesítményt, körülbelül hány magreakció történik a plazmában egy másodperc alatt?
- b) Hány gramm üzemanyag használódik el egy perc alatt?
- (2011. május id.)

Megoldás:

$$\text{Adatok: } P = 500 \text{ MW, } H = 12 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

- a) Az egy másodperc alatt végbemenő fúziós reakciók számának meghatározása:

7 pont

$$\text{Mivel } 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J,}$$

1 pont

ezért egy D-T reakcióban felszabaduló energia

$$E_{DT} = 17,6 \text{ MeV} = 17,6 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,82 \cdot 10^{-12} \text{ J,}$$

1 pont

$$1 \text{ s alatt } E = P \cdot t = 500 \text{ MW} \cdot 1 \text{ s} = 5 \cdot 10^8 \text{ J energia szabadul fel,}$$

1+1 pont

ezért a reakciók számát az $\frac{5 \cdot 10^8}{2,82 \cdot 10^{-12}}$ arány adja.

1 pont

Tehát a másodpercenkénti reakciók száma

$$N_{\text{reakció}} = 1,77 \cdot 10^{20}$$

2 pont

(Az $1,8 \cdot 10^{20}$ is elfogadható.)

- b) Annak felismerése, hogy az üzemanyag kiszámítása a molszám és a móltömeg ismeretében lehetséges:

2 pont

(A megoldás bármely eleme utalhat e felismerésre, explicit kifejtés nem szükséges.)

Az 1 s alatt végbemenő reakció molban kifejezett mennyiségének kiszámítása:

$$n = \frac{1,77 \cdot 10^{20}}{6 \cdot 10^{23}} \approx 0,3 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

2 pont
(bontható)

Az üzemanyag móltömegének meghatározása:

4 pont

Plazmaállapotban egyatomos a gáz, ezért a móltömegek az atomtömegekkel egyenlők.

1 pont

$$M_D = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \quad M_T = 3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

1+1 pont

$$M_{\text{üzemanyag}} = M_D + M_T = 5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

1 pont

Az 1s alatt felhasznált üzemanyag tömegének kiszámítása:

2 pont
(bontható)

$$m = n \cdot M = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ g}$$

Az 1 perc alatt felhasznált üzemanyag tömegének kiszámítása:

1 pont

$$m = 90 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 0,09 \text{ g}$$

b) 2. megoldás (vázlat)

molszám, móló tömeg ismerete szükséges – felismerésért: (2 pont)

plazmaállapot $\Rightarrow M = A$ (1 pont)

$$M_D = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \quad M_T = 3 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad (1 + 1 \text{ pont})$$

Az 1 perc alatt végbemenő reakciók száma $N = 60 \cdot 1,77 \cdot 10^{20}$ (1 pont)

A mólok száma percenként $n = \frac{60 \cdot 1,77 \cdot 10^{20}}{6 \cdot 10^{23}} = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$ (2 pont, bontható)

$$m_D = n \cdot M_D = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ g} \quad (1 \text{ pont})$$

$$m_T = n \cdot M_T = 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ g} \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{összesen } m = 8,8 \cdot 10^{-2} \text{ g} \approx 0,09 \text{ g} \quad (1 \text{ pont})$$

b) 3. megoldás (vázlat)

Annak felismerése, hogy a deutérium kettő, a trícium három nukleonból áll, azaz összesen minden reakcióban öt nukleon szerepel (4 pont, bontható)

Az 1 másodperc alatt felhasznált üzemanyag $N = 5 \cdot 1,77 \cdot 10^{20}$ nukleon (2 pont)

Ennek tömege közelítőleg $5 \cdot 1,77 \cdot 10^{20} \cdot m_p$ (vagy m_n) (2 pont)

Egy nukleon tömegének kikeresése (1 pont)

Számítás $m = 8,8 \cdot 10^{-2} \text{ g} \approx 0,09 \text{ g}$ (2 pont, bontható)

Összesen 18 pont

3. Kétfajta radioaktív atommag keveréke áll rendelkezésünkre egy mintában. A minta egyik összetevőjének 2 óra a felezési ideje, a másiké 1 óra. A keverékben 2 óra elteltével a bomlásra kész atommagok száma az eredeti érték harmadára csökken.

a) Hogyan aránylott egymáshoz a mintában lévő kétféle kiinduló anyag atommagjainak száma kezdetben?

b) Újabb két óra alatt hányad részére csökken az első két óra eltelte után is meglévő, bomlásra kész atommagok száma?

(2012. május)

Megoldás:

Adatok: $T_1 = 2$ h, $T_2 = 1$ h

a) *A kétféle izotóp kezdeti arányának kiszámítása:*

8 pont
(bontható)

Mivel két óra elteltével a kétfajta izotóp száma a mintában

$N_1' = \frac{N_1}{2}$ (1 pont), illetve $N_2' = \frac{N_2}{4}$ (1 pont) szerint változik,

valamint az összes radioaktív magra a mintában

$N_1' + N_2' = \frac{N_1 + N_2}{3}$ teljesül (1 pont),

$\Rightarrow \frac{N_1}{2} + \frac{N_2}{4} = \frac{N_1 + N_2}{3}$ (2 pont), amiből $2N_1 = N_2$ (rendezés és számítás, 2 + 1 pont)

(Ha a szöveges magyarázatok nem szerepelnek, de a jelölések egyértelműek és a gondolatmenet helyes és követhető, a megfelelő pontszám megadandó.)

b) *Az újabb két óra múlva megmaradt radioaktív atommagok hányadának kiszámítása:*

10 pont
(bontható)

Újabb két óra elteltével a kétfajta izotóp száma a mintában megint

$N_1'' = \frac{N_1'}{2}$ (1 pont), illetve $N_2'' = \frac{N_2'}{4}$ (1 pont) szerint változik,

azaz $N_1'' = \frac{N_1}{4}$ (1 pont), illetve $N_2'' = \frac{N_2}{16}$ (1 pont).

A keresett arány $\frac{N_1'' + N_2''}{N_1' + N_2'} = \frac{4N_1 + N_2}{16}$ (3 pont), amiből $2N_1 = N_2$ felhasználásával

$\frac{N_1'' + N_2''}{N_1' + N_2'} = \frac{3}{8}$ adódik (rendezés és számítás 2 + 1 pont).

(Ha a szöveges magyarázatok nem szerepelnek, de a jelölések egyértelműek és a gondolatmenet helyes és követhető, a megfelelő pontszám megadandó.)

(Ha valaki, csak a radioaktív bomlástörvényt írja fel, a teljes feladatra legfeljebb 2 pontot kaphat.)

Összesen 18 pont

4. A szén ^{14}C -es radioaktív izotópja folyamatosan keletkezik a légkörben, és beépül az élő szövetekbe. Mivel az élőlény halála után több nem épül be, mennyisége a radioaktív bomlás miatt csökkenni kezd. Így a régi tárgyak kora a felezési idő ismeretében meghatározható. Egy élő szövetből kivont 1 g tiszta szén aktivitása a ^{14}C izotóp radioaktív bomlása következtében körülbelül 16 bomlás/perc. A ^{14}C felezési ideje 5730 év.

a) Egy Szibériában talált gyapjas mamut teteméből vett mintából 4 g szenet vontak ki, ennek aktivitását 8 bomlás/percben határozták meg. Körülbelül mikor pusztult el az állat?

b) Egy kormeghatározásra használt berendezés 1 bomlás/perc aktivitás alatt már nem tudja megbízhatóan megmérni a behelyezett minta aktivitását. Legalább mennyi szenet kellett kivonni egy tárgyból, ha korát sikerült megbízhatóan 11500 évben megállapítani?

(2015. október)

Megoldás:

Adatok: $T_{1/2} = 5730$ év, $A_0 = 16$ bomlás/(perc · g), $A' = 8$ bomlás/perc, $m_1 = 4$ g, $t_2 = 11500$ év.

a) A mamutból kivont szén grammonkénti aktivitásának meghatározása:

2 pont

$$A_1 = \frac{A'}{m_1} = 2 \frac{\text{bomlás}}{\text{g} \cdot \text{perc}}$$

Az aktivitás összehasonlítása az élő szövetből vett szén aktivitásával és a tetem korának meghatározása:

5 pont
(bontható)

Mivel $A_1 = \frac{A_0}{8} = \frac{A_0}{2^3}$ (2 pont),

a tetem kora körülbelül $t_1 = 3T_{1/2} \approx 17000$ év (képlet + számítás, 2 + 1 pont).

b) A tárgyból kivont szén grammonkénti aktivitásának meghatározása:

4 pont
(bontható)

Mivel a tárgy kora $t_2 = 11500$ év $\approx 2T_{1/2}$ (2 pont),

$$A_2 = \frac{A_0}{2^2} = 4 \frac{\text{bomlás}}{\text{g} \cdot \text{perc}} \text{ (2 pont).}$$

A tárgyból kivont szén minimális tömegének meghatározása:

4 pont
(bontható)

Ha a kormeghatározásra használt berendezés pontosan a minimális $A'' = 1$ bomlás/perc értéket méri, akkor a szén tömege:

$$A'' = A_2 \cdot m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{A''}{A_2} = \frac{1}{4} \text{ g (képlet + rendezés + számítás, 2 + 1 + 1 pont).}$$

Összesen 15 pont

5. Egy atomreaktorban a sokszorozási tényező $q = 1,00025$, és az egyes hasadási sorozatok (generációk) $0,12$ milliszekundumonként ($0,12 \text{ ms} = 0,00012 \text{ s}$) követik egymást. A $t = 0 \text{ s}$ időpontban a reaktor teljesítménye 10 MW .
- a) Hány wattal lesz nagyobb a reaktor teljesítménye a $t = 0,12 \text{ ms}$ időpontban, mint kezdetben?
- b) Hányszorosára növekszik a reaktor teljesítménye $1,5$ másodperc alatt?
(2020. október)

Megoldás: (13 pont)

Adatok: $q = 1,00025$, $P_0 = 10 \text{ MW}$, $T = 0,12 \text{ ms}$, $t_1 = 0,12 \text{ ms}$, $t_2 = 1,5 \text{ s}$.

- a) *A hasadási generációk idejének és a sokszorozási tényező hatásának helyes értelmezése az első esetben:*

3 pont

$0,12 \text{ ms}$ elteltével a teljesítmény $1,00025$ -szörösére növekszik: $P_1 = P_0 \cdot q$.

(Amennyiben a helyes értelmezés csak később, a számításból derül ki, teljes pontszám jár.)

A teljesítménynövekmény meghatározása:

**2 pont
(bontható)**

$\Delta P = P_1 - P_0 = 0,00025 \cdot 10 = 0,0025 \text{ MW} = 2,5 \text{ kW}$ (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

- b) *A hasadási generációk számának és a sokszorozási tényező hatásának helyes értelmezése a második esetben:*

3 pont

$P_2 = P_0 \cdot q^N$, ahol N a hasadási generációk száma.

(Amennyiben a helyes értelmezés csak később, a számításból derül ki, teljes pontszám jár.)

A keresett reaktorteljesítmény helyes meghatározása:

**5 pont
(bontható)**

Mivel a hasadási generációk száma $N = \frac{t_2}{T} = 12500$ (képlet + számítás, 1 + 1 pont),

a teljesítmény $P_2 = P_0 \cdot 1,00025^{12500} = 22,75 P_0$ (behelyettesítés és számítás, 1 + 2 pont).

Tehát ~ 23 -szorosára nőtt a teljesítmény.

Összesen: 13 pont

6. Egy radioaktív izotópot tartalmazó mintában kezdetben m_0 tömegű, 5 nap felezési idejű izotóp volt. A 10. naptól a 20. napig 6 mg izotóp bomlott el.
- a) Mekkora volt az izotópminta tömege kezdetben?
 b) Mennyi izotóp maradt a 20. nap végére?
 (2021. május id.)

Megoldás: (15 pont)

Adatok: $T = 5$ nap, $\Delta m_0 = 6$ mg.

a) *Az izotópok kezdeti mennyiségének meghatározása:*

**10 pont
(bontható)**

Mivel az izotópból 5 nap alatt mindig a nap elején aktuális mennyiség fele bomlik el (1 pont), ezért ha kezdetben m_0 tömegű volt, akkor:

A 0-5 nap időtartamban elbomlik $m_0 / 2$. (1 pont)

Az 5-10 nap időtartamban elbomlik $m_0 / 4$. (1 pont)

A 10-15 nap időtartamban elbomlik $m_0 / 8$. (1 pont)

A 15-20 nap időtartamban elbomlik $m_0 / 16$. (1 pont)

Azaz $m_0 \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{16} \right) = 6$ mg (2 pont), amiből

$$m_0 = \frac{16}{3} \cdot 6 \text{ mg} = 32 \text{ mg (rendezés + számítás, 2 + 1 pont).}$$

b) *A 20. nap végére megmaradó izotópmennyiség meghatározása:*

**5 pont
(bontható)**

Mivel az izotópból 5 nap alatt mindig a kezdeti mennyiség fele marad meg (1 pont), ezért:

$$m_{20} = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^4 = m_0 \cdot \frac{1}{16} = 2 \text{ mg (egyenlet + számítás, 2 + 2 pont).}$$

Összesen: 15 pont